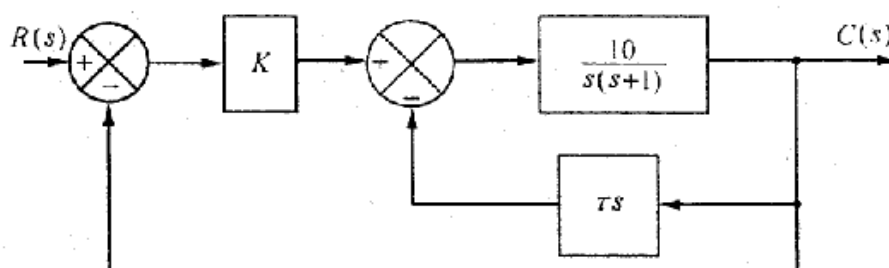


自动控制原理 复习资料

A 卷

- 1、已知某控制系统方框图如题图所示，要求该系统的单位阶跃响应 $c(t)$ 具有超调量 $\delta\% = 16.3\%$ 和峰值时间 $t_p = 1s$ ，试确定前置放大器的增益 K 及内反馈系数 τ 之值。（本题满分 20 分）



解答：

- (1) 由已知 $\delta\%$ 及 t_p 计算二阶系统参数 ξ 及 w_n 之值。由

$$\sigma\% = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% = 16.3\%$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 1$$

分别计算出

$$\xi = 0.5 \quad w_n = 3.63 \text{ rad/s}$$

- (2) 求取闭环传递函数 $C(s)/R(s)$ ，并将其化成标准形式

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$

由题图求得给定系统开环传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = K \frac{\frac{10}{s(s+1)}}{1 + \frac{10\tau s}{s(s+1)}} = \frac{10K}{s^2 + (1+10\tau)s}$$

给定系统的闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10K}{s^2 + (1+10\tau)s + 10K}$$

(3) 将上式与标准形式进行比较, 得

$$10K = \omega_n^2 = 3.63^2$$

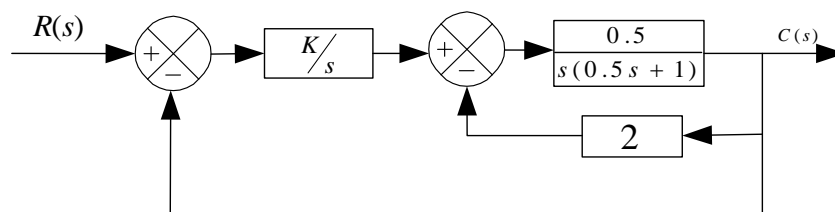
$$1+10\tau = 2\zeta\omega_n = 2 \times 0.5 \times 3.63$$

由上式解出参数

$$K = 1.32$$

$$\tau = 0.263$$

3、设某控制系统的方框图如题图所示, 试绘制参变量 K 由 0 变至 ∞ 时的根轨迹图。(本题满分 30 分)



解答:

(1) 求取给定控制系统的开环传递函数 $G(s)$, 并将其标准化。因为是单位反馈系统, 所以 $H(s) = 1$

由题图求得开环传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{K}{s} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \times 2} = \frac{\frac{1}{2}K}{s(\frac{1}{2}s^2 + s + 1)}$$

将上式标准化, 得

$$G(s) = \frac{k}{s(s^2 + 2s + 2)} = \frac{k}{s[s - (-1 + j)][s - (-1 - j)]}$$

式中 $k = K$

(2) 绘制 $0 \leq k < \infty$ 时给定系统的根轨迹图。

给定系统的根轨迹方程式为

$$\frac{k}{s[s - (-1 + j)][s - (-1 - j)]} = -1$$

上式代表 180° 根轨迹的根轨迹方程式，因此，给定系统的根轨迹需按照绘制 180° 根轨迹的法则绘制。

(a) 系统具有三个开环极点： $p_1 = 0$ ， $p_2 = -1 + j$ ， $p_3 = -1 - j$ ，所以系统有三条根轨迹。又因为没有开环零点，即等于0，故当 $k \rightarrow \infty$ 时三条根轨迹均趋向无穷远处。三条渐近线在实轴上相交于一点，其坐标为

$$\delta_a = \frac{\sum_{j=1}^n p_j - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m} = \frac{(-1 + j) + (-1 - j)}{3 - 0} = -\frac{2}{3}$$

渐近线与实轴正方向夹角为

$$\varphi = \frac{(2i+1)\pi}{n-m} = \frac{(2i+1)\pi}{3} \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

取 $i = 0, 1, 2$ 分别得

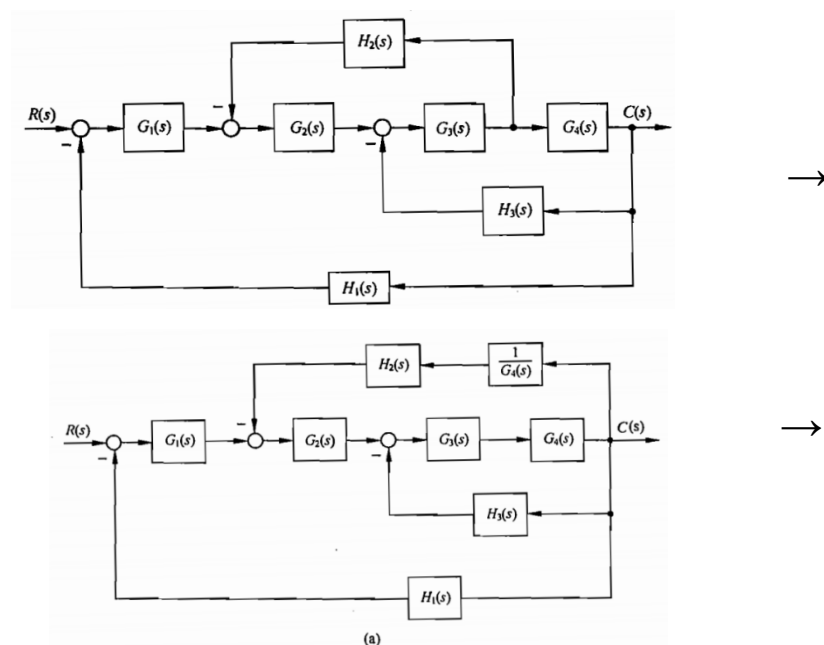
$$\varphi_1 = 60^\circ \quad (i = 0)$$

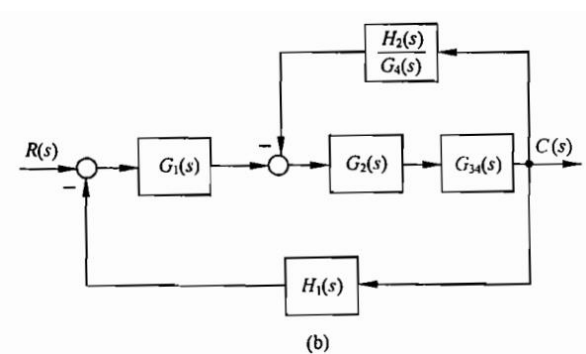
$$\varphi_2 = 180^\circ \quad (i = 1)$$

$$\varphi_3 = 300^\circ = -60^\circ \quad (i = 2)$$

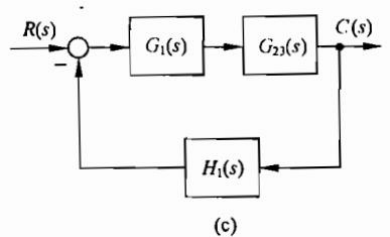
B 卷

1. 试用方框图简化的方法求系统的传递函数 $\frac{C(S)}{R(S)}$





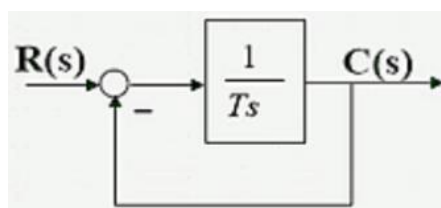
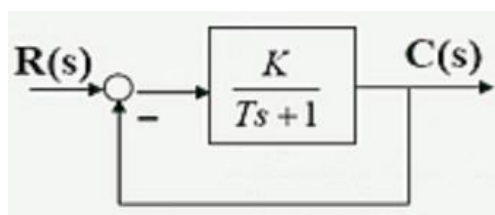
$$G_{34}(s) = \frac{G_3(s)G_4(s)}{1 + G_3(s)G_4(s)H_3(s)} \rightarrow$$



$$G_{23}(s) = \frac{G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_3(s)G_4(s)H_3(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s)}$$

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_3(s)G_4(s)H_3(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_1(s)}$$

2. 以下两线性系统有何异同？哪个可以实现单位反馈与单位前向的转换？

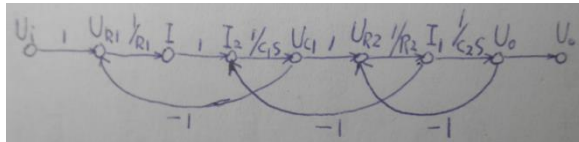
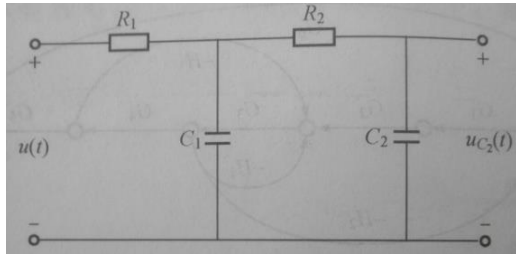


解 (1) 两个系统都是一阶环节，但两者的前向通道不同。a图 $\Phi(s) = \frac{K}{TS+1+K}$;B

图 $\Phi(S) = \frac{1}{1+TS}$

(2) b图可以实现单位反馈与单位前向的转换。

3. 请画出如图所示RC网络的信号流图



解 设 $u_i(t)$ 为输入电压； $u_o(t)$ 为输出电压； i 为总电流； i_1 为流入 R_2 的电流，这两个电流的参考方向都是自左向右； i_2 为流经 C_1 的电流，参考方向自上而下。由基尔霍夫定律，写出网络的微分方程并拉氏变换，可得系统方程式组： $U_i - U_{C1} = U_{R1}$

$$I = \frac{U_{R1}}{R_1}$$

$$I_2 = I - I_1$$

$$I_2 = C_1 s U_{C1}$$

$$U_{C1} = U_{R2} + U_o$$

$$U_{R2} = I_1 R_2$$

$$U_o = \frac{1}{C_2 s} I_1$$

绘制系统的信号流图如图所示。

4. 已知系统特征方程 $s^4 + 7s^3 + 18s^2 + 21s + 10 = 0$ ，试用劳斯稳定判据判断其稳定性

解 1° ∵ 特征方程的各项系数均大于零 ∴ 满足稳定的必要条件
2° 列劳斯表

s^4	1	18	10
s^2	15	10	

s^1	$49/3$		
s^0	10		

3° ∴ 劳斯表第一列元素符号没有变化 ∴ 该系统是稳定的。

5. 已知单位反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{100}{(0.1s+1)(s+5)}$ ，试说明系统

为“几型”系统，求出位置误差系数 K_p 、速度误差系数 K_v 、加速度误差系数 K_a ，

并分别求出输入信号为 $1(t)$ 、 $t \times 1(t)$ 、 $t^2 \times 1(t)$ 时的稳态误差。

解 (1) 0 型系统 ∴ 是二阶系统且系数大于零 ∴ 系统稳定

$$G(s) = \frac{100}{(0.1s+1)(s+5)} = \frac{1000}{s^2 + 15s + 50} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \rightarrow K=20$$

$$K_p = K = 20 \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0 \quad K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

$$(3) \text{ 当 } r(t) = 1(t) \text{ 时 } e_{ssp} = \frac{R_0}{1+K} = \frac{1}{21}$$

$$\text{当 } r(t) = t \times 1(t) \text{ 时 } e_{ssv} = \frac{R_1}{K_v} = \infty$$

$$\text{当 } r(t) = t^2 \times 1(t) \text{ 时 } e_{ssa} = \frac{R_2}{K_a} = \infty$$